

Rekendrempels nemen

EEN GOEDE BASIS VOOR HET LEREN HOOFDREKENEN

Achterstanden bij rekenen kunnen verschillende oorzaken hebben. Uit recent onderzoek komt naar voren dat een tekort aan geautomatiseerde (en gememoriseerde) kennis grote invloed kan hebben op de rekenvaardigheid van leerlingen. De auteurs bespreken de drempels in de basale rekenkennis die de leerlingen moeten beheersen om op het niveau van hun groep te kunnen rekenen aan de hand van onderzoeksgegevens.

Tekst

Wolter Danhof,
Piet Bandstra en
Wilfred Hofstetter

Wolter Danhof, was onderwijsadviseur bij Cedin voor SBO en SO/VSO scholen en is een van de uitvoerders van het onderzoek *De leerbaarheid van hoofdrekenen*.

Piet Bandstra werkt voor *Bandstra Speciaal Rekenadvies* dat zich onder andere richt op de ontwikkeling van online rekentoetsen en leermiddelen.

Wilfred Hofstetter is ontwikkelingspsycholoog en rekenspecialist bij Cedin en docent/onderzoeker bij de Rijksuniversiteit Groningen.

HET DREMPELMODEL MET TOETSEN VOOR POWER ÉN SPEED

Door verschillende universiteiten¹ is onderzoek uitgevoerd naar het effect van automatiseringstekorten op achterstanden bij rekenen/wiskunde. Uit deze onderzoeken begint duidelijk te worden hoe het proces van automatisering verloopt en wat de samenhang is tussen de mate van automatisering² en rekenachterstanden.

In dit artikel bespreken wij het onderzoekmodel, de gebruikte toetsen, een aantal belangrijke uitkomsten, de gevolgen voor analyse en diagnostiek en vooral ook voor het preventief didactisch handelen. In de bovengenoemde onderzoeken is gebruik gemaakt van twee soorten toetsen:

1. screeningstoetsen die bestaan uit representatieve sommen op het niveau van de groepen 3 t/m 7 van het basisonderwijs
2. automatiseringstoetsen, waarmee de vlotte beschikbaarheid van de basiskennis voor het hoofdrekenen wordt getoetst

De screeningstoetsen brengen het **kunnen oplossen** van de sommen (we noemen dit 'power') in beeld, de automatiseringstoetsen zijn gericht op het **kennen** ('speed').

De sommen die de basiskennis vormen, zijn verdeeld over vijf zogenaamde **rekendrempels**:

- Drempel 1: optellen, aftrekken en splitsen tot en met 10, bijvoorbeeld:
 $4 + 3$, $7 - 4$, 8 splitsen in 5 en 3
- Drempel 2: vlot kunnen 'springen' op de getallenlijn tot 100.
- Drempel 3: optellen en aftrekken over 10 (tot 20), bijvoorbeeld: $8 + 7$, $15 - 7$.
- Drempel 4: bouwsteensommen tot 100, zoals: $47 + 30$ en $77 - 30$, $28 + 7$ en $35 - 7$.
- Drempel 5: eenvoudige tafels: 2, 3, 4, 5 en moeilijke tafels: 6, 7, 8, 9.

Voor meer informatie over 'de drempels' zie het artikel *Over de drempels van de basisvaardigheden* op pagina 32 in dit nummer.

Voor meer informatie over het juiste moment om met automatiseren en/of memoriseren te beginnen zie het artikel van Borghouts en Notten op pagina... van dit nummer.

De vijf drempels vormen belangrijke voorwaarden bij het hoofdrekenen. Maar voor een groot aantal leerlingen zijn en blijven het struikelblokken. Het *vlot kennen* (goed beheersen) van de drempels draagt echter in sterke mate bij aan het kunnen oplossen van steeds moeilijker sommen. Tekorten in de basiskennis veroorzaken achterstanden en stagnatie.

Een voorbeeld:

De aftreksom $56 - 28$ vraagt (bij een rijgende oplossing: $56 - 20 - 8$) om een vlotte beheersing van de stappen $56 - 20$ en $36 - 8$. Als deze stappen onvoldoende geautomatiseerd zijn (speed), belemmert dit het kunnen oplossen (power) van deze aftreksom.

Er is een duidelijke interactie tussen power en speed: vlotte basiskennis (speed) draagt bij tot kunnen (power), onvoldoende vlotte basiskennis belemmert het kunnen.

REKENMUURTJE

Leren rekenen kan gekenschetst worden als een stapeling van kennis en vaardigheden.

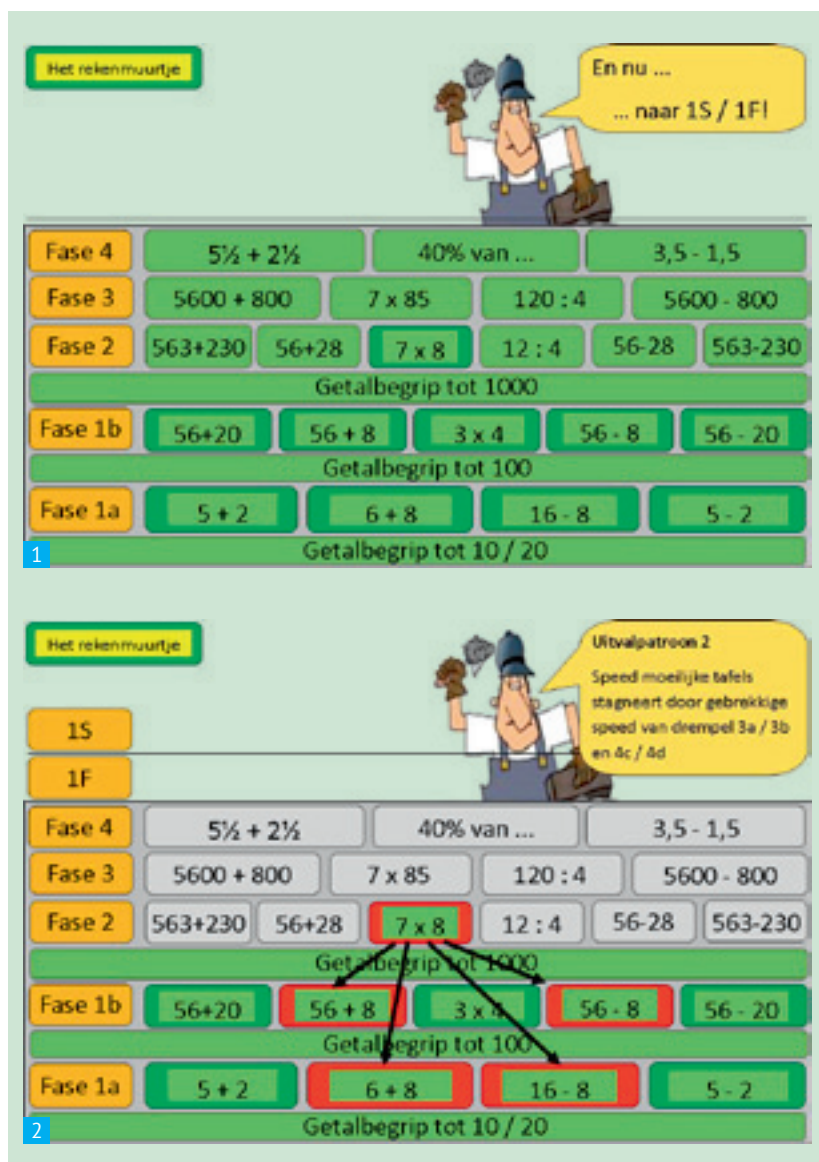
De rekenvaardigheid die nodig is als basis voor het 1S/1F niveau, kunnen we indelen in vier fasen, waarbij we de eerder genoemde drempels terugvinden in fase 1 en 2.

Het cumulatieve karakter van het vierfasenmodel en de drempels kunnen we visualiseren aan de hand van het 'rekenmuurtje', zie afbeelding 1.

RESULTATEN UIT ONDERZOEK

De indeling in vier fasen heeft als doel dat we de ontwikkeling van een aantal cruciale en dragende leerinhouden in samenhang met elkaar kunnen volgen en eventuele optredende problemen tijdig te kunnen signaleren. Het vierfasen- en drempelmodel wordt ondersteund door de resultaten van het longitudinale onderzoek.

In de periode 2005 tot 2008 zijn op scholen voor basisonderwijs en speciaal basisonderwijs in Friesland ongeveer 1000 leerlingen gevolgd van M3 (medio groep 3) naar M6 (medio groep 6). Groep A werd gevolgd op de meetmomenten M3, E3, M4, E4 en M5, Groep B op de meetmomenten M4, E4, M5, E5 en M6.



1. Het Rekenmuurtje

2. De samenhang van de automatisering van de moeilijke tafels en de onderliggende drempels

Naar aanleiding van de resultaten vanuit dit longitudinale onderzoek werd besloten het onderzoek voort te zetten. De leerlingen uit het eerste cohort werden in de periode 2010-2011 nogmaals onderzocht in de bovenbouw (groep 7 en 8) van het basisonderwijs. Ook werd in die periode onderzoek uitgevoerd in de eerste klas van het voortgezet onderwijs.

Om na te gaan in hoeverre de resultaten van het onderzoek in Friesland overeenkomen met het landelijk beeld, is er door de Universiteit van Utrecht met dezelfde toetsen een grootschalig (ongeveer 4000 leerlingen) rekenonderzoek uitgevoerd op basisscholen door heel Nederland. Tegelijkertijd werd er door de Universiteit van Gent onderzoek gedaan op basisscholen in België. Wat waren de belangrijkste bevindingen?

- De resultaten uit bovengenoemde onderzoeken lieten allereerst zien, dat de meeste leerlingen (veel!) meer tijd nodig hebben bij het automatiseren van de drempels dan basisschoolmethoden veronderstellen. Bovendien bleek dat de verschillen tussen de leerlingen zeer groot zijn.
- Bij drempel 1 (rekenen onder 10) hebben de meest langzame leerlingen in vergelijking met de snelste groep, twee tot drie jaar meer tijd

nodig om de norm te halen. Dat betekent dat de leerkracht van groep 4, 5 (en zelfs groep 6, als er niet op tijd adequate hulp is gegeven) er rekening mee moet houden, dat er leerlingen zijn, die de sommen tot 10 nog niet vlot onder de knie hebben. Dat vormt voor deze leerlingen een aanzienlijke belemmering bij het hoofdrekenen tot 100 en 1000. Ogenscheinlijk eenvoudige sommen als $30 + 50$ en $80 - 50$, maar ook $300 + 500$ en $800 - 500$ maken gebruik van de vlotte basiskennis van drempel 1.

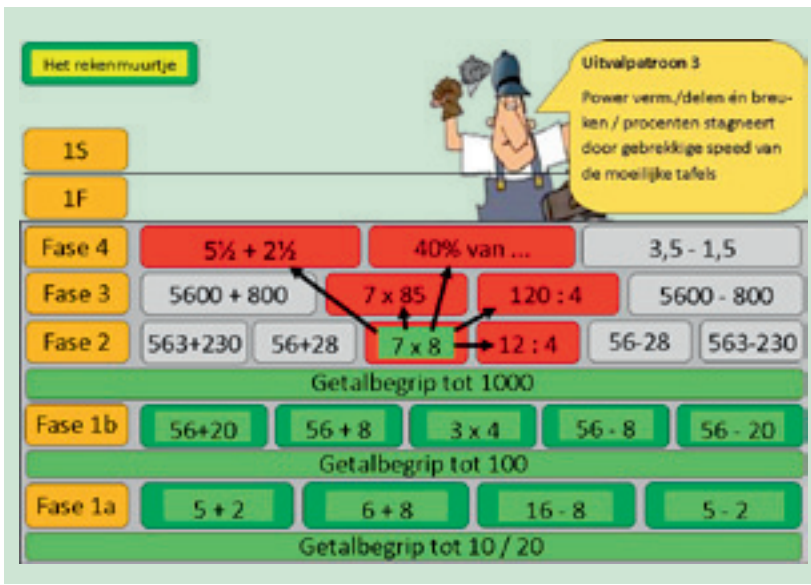
- Bij drempel 3 (optellen en aftrekken met doorbreking van het 10-tal) heeft 20% van de kinderen midden groep 8 - vooral bij de minsommen - de norm nog niet te pakken. De zwakste 5% laat ook geen vooruitgang meer zien. Het mag duidelijk zijn dat dit zeer belemmerend én frustrerend werkt bij het (hoofd) rekenen.
- Vanaf drempel 3 is er, vooral bij leerlingen die uitstromen naar VMBO-BB/KB, sprake van blijvende structurele tekorten. Bij de moeilijke tafels (6, 7, 8, 9) zien we een zelfde beeld.

De samenhang en opeenvolging in drempels en fasen vinden we in het onderzoek nadrukkelijk terug. Het niet beheersen van de moeilijke tafels, hangt bijvoorbeeld duidelijk samen met een tekort aan automatisering van de onderliggende drempels.

Vooraf drempel 4c en 4d ($48 + 8$, $64 - 8$) en verrassend genoeg ook drempel 3 ($8 + 8$, $14 - 8$) tonen een sterke samenhang met de moeilijke tafels; zie afbeelding 2.

Als de leerlingen de tafels niet kennen en dus moeten gaan rekenen, dan bevatten tafelrijen van de moeilijke tafels veel sommen waarbij het tiental doorbroken wordt. Neem bijvoorbeeld het uitrekenen van 9×8 via de herhaalde optelling: $5 \times 8 = 40$ en vervolgens de verdere tafelrij: $40 + 8$, $48 + 8$, $56 + 8$, $64 + 8$. Hierin kunnen heel wat fouten gemaakt worden. Bovendien kost het veel extra geheugenwerk. Een goede beheersing van drempel 3 en vervolgens drempel 4c/d geeft het vlot leren van de tafels een stevige basis. Het niet vlot beheersen van deze sommen werkt belemmerend.

De mate van beheersing van de tafels (groep 5/6) hangt ook nog eens sterk samen met het vermenigvuldigen en delen met grotere getallen in groep 6/7 en ook met het rekenen met breuken/procenten; zie afbeelding 3.



3. De samenhang tussen de automatisering van de moeilijke tafels en vermenigvuldigen, delen, breuken en procenten

Een ander voorbeeld:

De vermenigvuldiging 7×85 vraagt een vlotte beheersing van de tafels: $7 \times 80 = 560$, $7 \times 5 = 35$. Ook bij breuken en procenten wordt veelvuldig gebruik gemaakt van de tafels. Denk bijvoorbeeld aan het uitrekenen van $\frac{3}{8}$ deel van 64 of 40% van 800.

Anders gezegd: rekenen is stapelen! Voor de leerkracht is het van groot belang zicht te krijgen en te houden op de onderliggende lagen van het muurtje. Rekenproblemen worden vaak veroorzaakt doordat de onderliggende lagen in het rekenmuurtje niet stevig genoeg zijn!

Uit de bovengenoemde onderzoeken blijkt heel duidelijk dat dit niet alleen geldt in de onderbouw, maar ook in de bovenbouw. Naar aanleiding van deze onderzoeken is de zogenaamde *Profieltoets Rekenen* ontwikkeld. Hiermee houdt de leerkracht de vinger aan de pols wat betreft de kennis van de basisvaardigheden.

DE PROFIELTOETS REKENEN

De 'Profieltoets rekenen' is naar aanleiding van de bovengenoemde onderzoeken ontwikkeld om zicht te krijgen op zowel *power* (met behulp van de screeningstoetsen) als *speed* (met behulp van de automatiseringstoetsen per drempel). De toets biedt gerichte aanwijzingen voor de leerkracht voor analyse en hulp en een oefenmodule voor de leerling en kan zowel schriftelijk als digitaal worden afgenomen.

De Profieltoets Rekenen maakt een systematische analyse op vier niveaus mogelijk, waarbij je telkens verder inzoomt op de specifieke problematiek van de leerling. Hieronder geven we een korte beschrijving van deze vier niveaus. Voor verdere informatie en voorbeelden van alle middelen, zie www.profieltoetsrekenen.nl:

1

Power – de Screeningstoets – als aanvullend hulpmiddel voor de risicogroep.

De screeningstoetsen bestaan uit representatieve sommen op het niveau van de groepen 3 tot en met 7 van het basisonderwijs. Ze kunnen aanvullend naast de methodetoetsen en de Cito-toetsen worden gebruikt. De screeningstoets biedt de leerkracht snel een systematisch beeld van achterstanden, hiaten en foutenpatronen. Op basis van het groepsoverzicht of de individuele Profielkaart kunnen nadere observaties en doelen voor herhaalde instructie en oefening worden gepland.

2

Speed – de Automatiseringstoetsen – preventieve functie voor de hele school.

De automatiseringstoetsen, meten de vlotte beschikbaarheid van de basiskennis voor het hoofdrekenen. Deze toetsen vormen de kern van het programma. Ze geven de mogelijkheid automatiseringstekorten vroegtijdig te signaleren. Binnen dit project betekent automatiseren: meteen weten. Dit in tegenstelling tot in sommige andere publicaties waarbij 'automatiseren' slaat op 'vlot kunnen uitrekenen' en memoriseren op 'meteen weten'. De automatiseringstoetsen (speedtoetsen) zijn eenvoudig af te nemen en verschaffen belangrijke informatie.

3

De interacties tussen Power en Speed – voor de risicogroep.

De gegevens van de powertoets en de speedtoets worden vanaf groep 5/6 samen in beeld gebracht op de zogenaamde *Profielkaart*. Hiermee wordt het mogelijk de samenhang tussen power en speed op het spoor te komen. Op basis van deze analyse kunnen vervolgens gerichte observaties, bij voorkeur in een diagnostisch gesprek, worden uitgevoerd om te kunnen bepalen welke interventies kansrijk zijn. Zie hiervoor ook het artikel van Borghouts/Notten op pagina 27. Bij leerlingen in de bovenbouw dient bij deze analyse ook het meerjarige beeld van de automatisering te worden betrokken aan de hand van de *Individuele Volgkaart*.

4

Onderbouwen van aanpassing van de Leerroute – bij de zwakste leerlingen.

De bij punt 1 tot en met 3 genoemde middelen maken een gefundeerde onderbouwing van een aangepaste leerroute mogelijk. Aan de hand van het meerjarig beeld van de ontwikkeling van power en speed, aangevuld met de relevante kindfactoren (het ontwikkelingsperspectief) wordt in de bovenbouw een passende leerroute gekozen. Naast het meerjarig ontwikkelingsbeeld van de Cito toetsen, is ook een meerjarig beeld van de automatisering gewenst. Met name die leerlingen komen in aanmerking voor een aangepaste

leerroute die, ondanks gerichte ondersteuning, jaren achtereen deel blijven uitmaken van de zwakste groep. De Volgkaart en de Profielkaart zijn bij het meten van de achterstand en de mate van hardnekkigheid belangrijke hulpmiddelen. Het *Ontwikkelingsperspectief* maakt het mogelijk in te schatten welke doelen gezien dit perspectief haalbaar en functioneel zijn.

DE OEFENMODULE

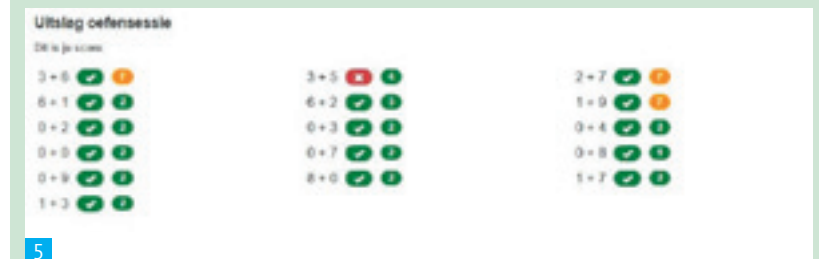
Gekoppeld aan het toets-programma is een oefenprogramma ontwikkeld. Daarmee biedt het programma de mogelijkheid om preventief te werken. Het programma maakt het gericht oefenen van de rekendrempels mogelijk. Binnen de oefenmodule krijgen de leerlingen zicht op hun eigen basiskennis en kunnen vervolgens zelf kiezen met welk steentje uit de muur ze gericht aan de slag gaan, zie afbeelding 4.

Na het oefenen krijgt de leerling feedback op zowel power als speed, zie afbeelding 5 en 6. Het oefenprogramma kan worden gecombineerd met de door de SLO ontwikkelde spelletjes (zie ook pagina 38 van dit nummer en Spel in de rekenles uit Volgens Bartjens jrg. 34, nummer 2, november 2014).

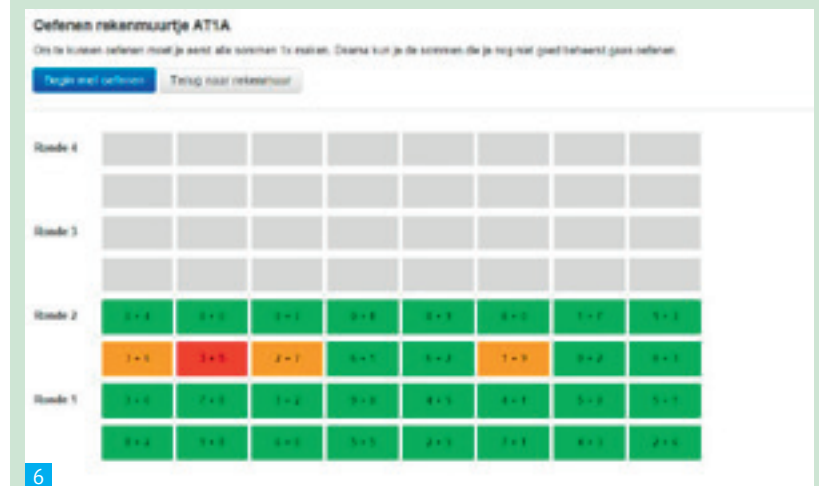
Kortom: de Profieltoets Rekenen geeft de leerkracht én de leerling zicht op de ontwikkeling van het vlot kunnen rekenen en kennen bij het hoofdrekenen gedurende de hele schoolperiode. Hierdoor wordt preventief en gericht oefenen mogelijk. Daarnaast geeft de toets inzicht in de relatie tussen het power en speed en de vorderingen in de rekenontwikkeling van de leerlingen. Door het inzetten van de toetsen kan gericht worden gewerkt aan het opstellen van het groepsplan, een handelingsplan en eventueel van het ontwikkelingsperspectief (OPP).



4



5



6

4. Na de toetsen heeft de leerling zicht op zijn eigen rekenmuurtje
5. Na de oefening feedback op power en speed
6. Na elke speelronde een overzicht van de vorderingen, met feedback op power en speed

Noten

1. De Rijksuniversiteit Groningen (RuG) heeft onder leiding van Minnaert en Ruijsenaars in het Basisonderwijs en Speciaal Basisonderwijs een grootschalig longitudinaal onderzoek uitgevoerd naar het effect van automatiseringstekorten op achterstanden bij rekenen/wiskunde. Inmiddels zijn belangrijke delen van het onderzoek herhaald door onderzoekers van de universiteiten van Utrecht (o.l.v. Van Luit) en Gent (o.l.v. Desoete), zodat een goed beeld begint te ontstaan van de ontwikkeling van de automatisering en de samenhang met rekenachterstanden.
2. In dit artikel wordt over uitsluitend automatisering gesproken, ook waar memoriseerde kennis bedoeld wordt.

Verder lezen

Rapport 'Automatiseren bij Rekenen/Wiskunde' (2012)